

【特集論文】

算数科評価論

—思考力・判断力・表現力等の評価に焦点を当てて—

島田 功（日本体育大学）

本大学院教育学研究科は、自立的実践研究力を有する人材（カリキュラムプラクティスト）の育成を構想している（日本体育大学大学院教育学研究科，2017）。このためには教育評価¹⁾に関する知見も持ち合わせる必要があり，そのため本研究科の「教科評価論」のシラバスには，授業の到達目標として「各教科において評価の目的や方法を構想し，構想した計画を授業実践で検証すること」を挙げ，そのための授業の概要として①「代表的な評価方法を収集する」，②「それらの評価方法の工夫を分析する」，③「新しく構想した評価方法を授業で検証する」を扱うことにしている。更に，④「評価の目的を分析し，併せて評価の機能，対象，主体性など評価に関わる多様な側面について考察する」を挙げる。④は，授業目標とも関連し，①から③を考察する上での基盤を成す。

そこで本稿では，「教科評価論」のシラバスについて算数科教育の視点から考察した結果，i) 島田（1977）の「オープンエンドな問題」を用いた評価研究，ii) 松下（2016）による「パフォーマンス課題」による評価研究，iii) 文部科学省（2007）が取り組んだ「全国学力・学習状況調査 B 問題」の実態調査とその評価研究を収集し，それらの評価研究の工夫を析出できた。更には，評価方法の授業による検証では，島田（2017a）や Shimada & Baba（2016）が考えた「社会的オープンエンドな問題」を取り上げた。

キーワード：教育評価，真正の問題，思考力・判断力・表現力等の評価，数学的モデリング

On Educational Assessment/Evaluation Theory in Mathematics Education: —Focusing on Assessment/Evaluation of Thinking Ability, Judgment Ability, and Expression Ability—

Isao SHIMADA (Nippon Sport Science University)

The educational assessment/evaluation theory syllabus in this Graduate School of Education contains the following three content areas: first, to gather representative assessment methods; second, to analyze the ingenuity of those assessment methods; and third, to verify newly conceived assessment methods in classes. Therefore, in this paper, in order to respond to this syllabus, I will study four topics: firstly, what assessment/evaluation is; secondly, what an "authentic assessment" is; thirdly, how we can evaluate thinking ability, judgment ability, and expressive ability; and fourthly, the syllabus of the three content areas of educational assessment/evaluation theory from the perspective of mathematics education. The results indicate that educational assessment/evaluation involves ascertaining the actual condition of students, improving teacher guidance, preparing plans for future guidance, and increasing students' self-assessment ability and students' motivation to learn. "Authentic assessment" involves evaluating the ability of students to solve problems when they are assigned an "authentic problem." To investigate students' thinking ability, we investigate how students think when they solve authentic problems in mathematics. Regarding the first area of the syllabus, the following three examples were collected: assessment research using "open-ended problems" by Shimada (1977); assessment research using "performance problems" by Matsushita (2016); and assessment research using "B-type problems of national academic ability research" by the Ministry of Education (2007). Regarding the second area of the syllabus, in the three selected examples above, I clarified the idea of the following assessment methods: diversity included in the problem, formative assessment method, diagnostic assessment method, assessment method using a rubric, and making standards for analyzing descriptions. Regarding the third area of the syllabus, I will introduce assessment research (Shimada, 2017a ; Shimada & Baba, 2016) as a new assessment method.

Key Words: Authentic assessment, Mathematical thinking ability, Assessment method approaches

1. 「教科評価論」のねらい

本大学院教育学研究科は実践力を備えた学び続ける教師つまり課題を見出し、その課題を追究し絶えず授業改善を行おうという自立的実践研究力を有する人材（カリキュラムプラクティスト）を育成しようとしている（日本体育大学大学院教育学研究科，2017）。この中の「絶えず授業改善する」ためには教育評価に関する知見も持ち合わせていなければならない。そのために本大学院教育学研究科の「教科評価論」のシラバスには、授業の到達目標として「各教科において評価の目的や方法を構想し、構想した計画を授業実践で検証すること」を挙げ、授業の概要として、①「代表的な評価方法を収集する」、②「それらの評価方法の工夫を分析する」、③「新しく構想した評価方法を授業で検証する」を扱うことにしている。更に、④「評価の目的を分析し、併せて評価の機能、対象、主体性など評価に関わる多様な側面について考察する」を挙げる。④は、授業目標とも関連し、①から③を考察する上での基盤を成す。

そこで、本稿では、これらを明らかにするために、I) 評価とは何か（評価の目的：シラバス④）、II) 「真正の評価」とは何か、III) 思考力・判断力・表現力等の評価の考察、IV) これらを基にして、「教科評価論」のシラバス①②③について算数科教育の視点から考察した。

2. 評価とは何か—戦後の学習指導要領一般編（試案）に見られる教育評価の精神—

2.1 評価一般論

評価とは何をすることかを明らかにするために、戦後の文部省（1947, 1951a）の学習指導要領一般編（試案）の教育評価を考察する。終戦直後、文部省はどのような子どもを育成しようとしたのか、そのためにどのように教育評価を考えたのかを捉えたい。

「教育評価」という用語は、第二次世界大戦後にアメリカから移入された「エバリュエーション（evaluation）」を翻訳したものである（田中，2015）。戦後の文部省（1947）の『学習指導要領一般編試

案』では、「第5章学習結果の考査」と文部省（1951a）の『学習指導要領一般編（試案）』の「IV 教育課程の評価」「V 学習指導法と学習成果の評価」に「教育評価」の用語が明確に位置づけられていた（田中，2015）。文部省（1947）の「第5章学習結果の考査」では、「なぜ学習結果の考査が必要か」「如何にして考査するか」が取り上げられ、考査の目的は、以下のように述べられている。

この問題を解決するには、学習するのが児童や青年である以上、かれらがこの働きによって、どう変わったかを、つきとめてみなくてはならない。しかし、このような学習結果をつきとめてみることは、それだけで上のような懸念をはらすことができるというだけでなく、これによって、教材が果たして適当であったかどうか、また、教師の環境のとのえ方や、活動の呼び起し方、すなわち、指導法が適切であったかどうかを反省することができるし、また、一人一人の児童や青年の学習結果を知って、これからの指導の出発点をはっきりさせたり、その指導計画を考えたりするいとぐちを見つけ出すこともでき、これあって、はじめて指導の結果を、よりいっそう、あげることができるのである。ここに、学習の結果を考査する一つの大きい意味があるのである。（p.1）（下線筆者）

すなわち、教育評価とは、学習した結果、子どもがどのように変わったかを把握することであり、教材が果たした役割を振り返ることであり、今後の指導の出発点にしたり指導計画を修正したりすることである。この考えは評価の目的として今でも通用するものである。

「如何にして考査するか」の方法論については、以下の二点を重視している。

・児童や青年の学習した結果を正しく知ることのできる方法であること。学習結果の考査では、まず、何より先に児童や青年の学習の現状を正しく示すことが先決問題である。

・学習指導の目ざすところを明らかにできる方法であること。学習結果の考査は以上のように、学習の結果を正しく見ることができるように止まらず、学習の目ざすところに、その焦点が向いていなくてはならない。学習の指導は、一つの目標を持っている。児童の学習結果を知るといことは、この目標とするとともに、どの程度に近づいているかを知ることである。

(p.2) (下線筆者)

すなわち、学習結果の考査方法は、学習の目標と照らし合わせて子ども達の学習の状態を正しく把握することである。こうしたこともまた現在の教育評価でも大切なことである。更には、考査の対象を紹介している。「知識の有無正否を調べるもの」「考え方や見方の理解を調べるもの」「技能の状態を調べるもの」「熟練の状態を調べるもの」「態度の如何を調べるもの」「鑑賞力を調べるもの」等である。本稿に関わる「考え方や見方の理解を調べるもの」には、以下のように記述されている。

・学習の目ざすところが、知識に止まらないことはいうまでもない。学習には科学的な考え方、数理的な考え方、道徳的な判断、家事処理の考え方といった考え方の理解を旨とするものがある。もちろん、このような考え方は、知識から離れているものではない。むしろ二つのものが、知的な理解のうちに見出だされるというのが真実だろう。ただ従来は、この考え方の理解を軽くみて、知識を得る方に重きがおかれていたかの観があった。そのために、学習することを、暗記することであるかのように考える傾きがあったのである。そこで、ここに、特に考え方ということを取り出してみたのである。

(p.4) (下線筆者)

とかくすると評価は知識や技能に偏りがちであるが、考え方や見方についても配慮することの重要性を指摘している。これも現在でも評価を考察

する時の重要な点である。

次に、文部省(1951a)の『学習指導要領一般編(試案)』の「IV 教育課程の評価」「V 学習指導法と学習成果の評価」について考察する。特に「IV 教育課程の評価」では、「教育課程の評価はなぜ必要か」「教育課程の評価は誰が行うか」「評価の着眼点」について述べている。「教育課程の評価はなぜ必要か」では、教育課程を評価することによって、教育課程の目指している教育目標がどの程度に実現されているかや教育課程の改善と再構成の資料を得ることができることを述べている。「V 学習指導法と学習成果の評価」では、「教育課程と学習指導法」「学習の指導を効果的に行うには、どんな問題を研究すべきであるか」「学習成果の評価」について述べている。ここでは学習指導法と評価をセットで扱っている点の特徴的である。評価とセットにすることにより、学習指導法を常に反省し改善することを目指しているのである。

児童や生徒の望ましい成長発達を助けるために、われわれは、教育課程の構成に苦心したり、学習指導法についてくふうしたりする。教育課程や学習指導法が、はたして児童・生徒の望ましい発達に寄与したかどうかということは、児童・生徒のうちに望ましい思考や行動の変化が起ったかどうかによって判断される。ひとりひとりの児童・生徒の思考や行動が教育の目標に照らして、どのように変化したか、そして、それは民主的な社会の進歩に対してどんなに役だったかを絶えず反省して行くことが、学習成果の評価の本来の意味である。さらにたいせつなことは、児童や生徒は、かれら自身の学習について自己評価を行うことによって、かれら自身のうちに評価の眼を養うことができ、民主的な成員としてのよい資質を得ることができるのである。 (p.10) (下線筆者)

ここでも評価の目的が子どもの実態を把握することと学習指導法や教育課程の改善のためであることが述べられている。更には自己評価のできる

眼を養い、民主的な成員として育成することをねらっている。

1951年当時の文部省の「教育評価」の考えをまとめたものが、文部省(1951b)の『初等教育の原理』の中に見ることができる。「教育評価」に対する考えが次の5つにまとめられている。①評価は、児童の生活全体を問題にし、その発展をはかるうとするものである。②評価は、教育の結果ばかりでなく、その過程を重視するものである。③評価は、教師の行う評価ばかりでなく児童の自己評価をも大事なものとして取り上げる。④評価は、その結果をいっそう適切な教材の選択や、学習指導法の改善に利用し役だてるためにも行われる。⑤評価は、学習活動を有効ならしめる上に欠くべからざるものである(文部省, 1951b, pp.217-219)。この「教育評価」の考えは現在の「教育評価」としても通底する考えと言える。

2.2 学習指導要領算数科編(試案)に見られる評価観

こうした評価一般編を受けて、文部省(1951c)の学習指導要領算数科編(試案)ではどのように評価を取り上げているのだろうか。

「V 算数についての評価」では、「指導においても、念には念を入れることが必要である。しかも、こどもができなかつたら、こどもを責めないで、教材や指導法について反省してみることがたいせつである。」(p.271)と述べ、以下の点を解説している。「評価のねらいは、どんなところにあるか。」「どんなことを評価したらよいか。」「いつ評価したらよいか。」「だれが評価するか。」「評価の結果をだれに知らせたらよいか。」「評価をするのに、どんな方法があるか。」である。評価の目的として、①指導計画や指導法を修正したり改善したりする必要を明らかにする、②教材や教具の選択や活用のしかたが適切であるかどうかを明らかにして、これらがいっそううまく使えるようにする、③こどもが、自分の進歩や停滞の様子を知り、みずから進んで学習していくようにする、④両親や校長に、こどもの

進歩を報告する資料をうるとしている。評価の目的は、教師の指導の反省のためであり、子どもの自己評価のためであることが分かる。次に、評価の対象として、①評価の対象は、計算ができるかどうかを調べることだけではない、②算数を学校内外の社会生活において、有効に用いることができるようになったか、また、算数を用いて、自分の思考や行為を改善し続けてやまない傾向ができてきたか、③数量関係を手ぎわよく処理できるようになったか。また、いっそう、手ぎわよく処理しようとする傾向ができてきたかと述べられている。これを見ると、評価の対象が知識技能だけではないことを強調し、社会に算数を活用することや思考や行為の改善をすることや手際よい数学的な処理を目指していることが分かる。すなわち、思考力の育成を大事にしていることが分かる。評価の時期として、①学期の初め等に、こどもの現在の様子を調べる、②新しい学習にはいろいろとする時に、その学習の準備ができていようかどうかを調べる、③学習指導を進めながら、絶えず目標に照らして評価する、④学習が終わった時に、学習効果があったかどうかを調べる、⑤ある単元の終わった後で進歩の内容を調べる、⑥定期的なテストで、こどもの学習全般にわたって調べる等があると述べられている。①や②はブルームほか

(1973)の言う診断的評価に当たり、③は形成的評価に当たり、④や⑤や⑥は総括的評価に当たる。もうすでにこの時期にブルームほか(1973)の言う評価機能を述べていることに驚きを覚える。

以上をまとめると、評価の目的(シラバス④)は、子どもの学習状態を把握することであり、教師の指導法や教育課程の反省をするためであり、これから指導する方向を決めるためであり、子どもの自己評価を進めるためであり、子どもの学習意欲を高めるためである。そのために、評価の対象や評価の時期についても配慮しなければならない。これらのことは現在でも通底する重要な評価内容である。

3. 真正の評価」とは何か

「真正の評価」とは、「大人が仕事場，市民生活，私生活の場で『試されている』，その文脈を模写したりシミュレートしたりする」

(Wiggins,1998,p.24) 課題に取り組ませるなかで，知識・技能を現実世界で総合的に活用する力を評価する考え方である」(西岡ほか，2016，p.44)と述べて，ゲームの例を用いて説明している。例えば，「ドリブルやシュートの練習がうまいからといって，バスケットの試合(ゲーム)で上手にプレイできるとは限らないと言う。ゲームで活躍できるかどうかは，刻々と変化する試合の流れ(本物の文脈)のなかで可視化され，育てられていく」

(p.44)と述べ，本物の文脈を解決させることの重要性を指摘している。しかし，従来の学校教育では，ドリブルやシュートの練習ばかりしていて，本物の学習をしていないのである。また，田中(2015)は「標準テスト」は「学校の中でしか通用しない特殊かつ低次な能力を評価したのに過ぎず，生きて働く学力を形成したという保証にはならない」(p.27)とし，「真正の評価」論は，「標準テスト」に対する疑問や批判から登場してきたと言う(田中，2015)。

4. 思考力・判断力・表現力等の評価について

4.1 これを取り上げた理由

本稿で思考力・判断力・表現力等を評価の対象として取り上げる理由は，第一はギブス(2018)の「学校に求められているのは，生徒が決まりきった作業をできるようにすることではなく，推論したり思考できるようになる学習プログラムを提供することである。」(ギブス，鈴木訳，2018，p.36)のように思考力を育成することの重要性が挙げられる。第二は，現状の教師の評価観を調べると，知識及び技能に比べると思考力・判断力・表現力等の評価を難しいと感じている教師が多いこと(日本システム開発研究所，2010)が挙げられ，第三は，子ども達は基礎的な知識や技能の成績は良いが，思考力・判断力・表現力等に関わる成績が良くない，つまり，知識や技能を活用して

日常の問題を解決する力が良くないことが挙げられている(文部科学省，2007)からである。思考力・判断力・表現力等は，知識・技能に比べると高次な能力であり，全国学力・学習状況調査のB問題では，高次な判断力や思考力が連続して要求される(田中，2015)のである。後述する島田(1977)の取り上げる「算数・数学科のオープンエンドアプローチ」で扱う数学的思考力も高次目標として位置付けられていて，その思考力をどのように評価するかが研究されている。そこで本稿では，以上の理由により思考力・判断力・表現力等の評価に焦点を当てて考察する。

4.2 思考力・判断力・表現力等とその評価方法

思考力・判断力・表現力の評価について考える時に，「思考・判断」は人間の頭の中の働きであり，他人の頭の中を覗き見ることはできないので，何らかの方法(身振り・口頭・文章・図表等)で「表現」させてみなければ評価はできない。また，評価の直接的な対象は何らかの「表現」であるが，表現を通して評価しているのは，「思考・判断」であり，なぜなら思考の結果が判断であり，判断の結果が表現となる以上，思考・判断を欠く表現は基本的にあり得ない(日本教材文化研究財団，2014)。このことは，思考力・判断力・表現力は一体のものとして問題解決の場面で働き，更にその質を高めていくことになる。

また，梶田は水面の上に出ている氷山の一角を「見える学力」(「知識・理解」「技能」とし，水面下の隠れた部分を「見えにくい学力」(「思考力・判断力・表現力」「関心・意欲・態度」としている(西岡ほか，2016，p.90)。

これを図1のように学力の氷山モデルとして表している。同様に，測定あるいは観察によって「見える」のはパフォーマンス(ふるまい)であって，どんな能力も学力もそのパフォーマンスから推論することではしか把握できない(松下，2016)。思考力に関わる「子ども達の算数に関する思考プロセス等」については見えにくい学力であり(松下，2016)，従って，何らかの課題を与えて可視化を

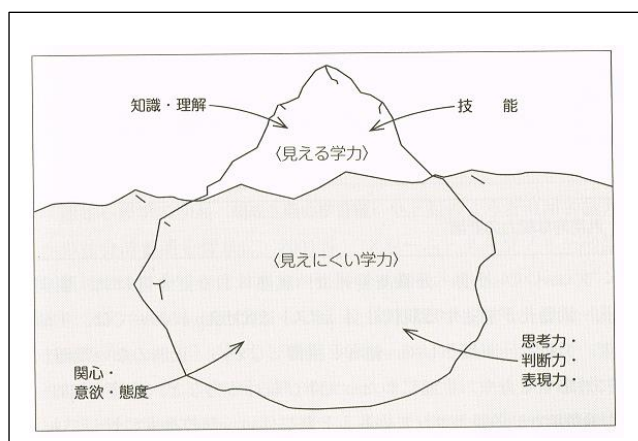


図1 学力の冰山モデル (西岡ら, 2016)

しなければならない。思考力の可視化に関しては、池田 (1995) も同様なことを主張している。すなわち、思考力の測定に関しては、思考の結果生み出された成果よりは、思考過程が対象になり、思考過程を知るには、外から見える形にし、そのために思考過程を発現させたり、文章に書き留めたり、逐一記録してプロトコルをとったりする必要があると述べている。更には、思考力の評価には、正解の決まった課題よりは、解がいくつでもあるような *debatable* な課題のほうが適している (池田, 1995) と言う。この解の多様性については後述するオープンエンドな問題 (島田, 1977) や社会的オープンエンドな問題 (島田, 2017; Shimada & Baba, 2016) の持つ条件と共通している。

思考力等の見えない能力を見えるようにするために文部科学省 (2010, 2017a, 2018a) は以下のように述べている。

「思考・判断・表現」の評価は、各教科等の知識及び技能を活用して課題を解決する等のために必要な思考力、判断力、表現力等を身に付けているかどうかを評価するものである。(文部科学省, 2018a)

また、〔思考力・判断力・表現力等〕の評価は、基礎的・基本的な〔知識及び技能〕を活用する学習活動等において、思考・判断したこと、その内容を〔表現〕する活動と一体的に評価する。(文部科学省, 2017a)

つまり、思考力・判断力・表現力は見えにくい学力なので何らかの課題を与えて基礎的・基本的な知識や技能を活用して解決させ、そのふるまい (パフォーマンス) を見て推測する (評価する) ことになる。更に、思考力・判断力・表現力を見えやすくするための課題として、文部科学省 (2010, 2018b) は以下のように述べている。

知識の再生でなく、思考力・判断力・表現力等を問う問題等、児童生徒の多様な考えを評価するペーパーテストの開発も必要。ペーパーテストの工夫、パフォーマンス評価やポートフォリオ評価等を通して見取っていく。全国学力学習状況調査の「活用」に関する問題も参考になる (文部科学省, 2018b)。

「思考・判断・表現」の評価に当たっては、それぞれの教科の知識・技能を活用する、論述、発表や討論、観察・実験とレポートの作成といった新しい学習指導要領において充実が求められている学習活動を積極的に取り入れ、学習指導の目標に照らして実現状況を評価する必要がある (文部科学省, 2010)。思考・判断の結果だけではなく、その過程を含め評価することが特に重要であることに留意する必要がある (文部科学省, 2010)。

思考力を可視化するためには、パフォーマンス評価やポートフォリオ評価や全国学力学習状況調査の「活用」に関する問題や論述、発表や討論、観察・実験とレポートの作成等が挙げられている。

4.3 算数科における「思考力・判断力・表現力」及び「数学的な考え方」と「数学的思考力」とは何か

本節では、「数学的な考え方」や新学習指導要領算数科編 (文部科学省, 2017b) で言う「数学的な見方・考え方」とは何か、またこれらの考え方と算数科における「思考力・判断力・表現力等」との関連及び数学的思考力について考察する。

4.3.1 「数学的な考え方」とは何か

「数学的な考え方」を構造的に研究した片桐(1988)は、数学的思考の局面を客観的に分析し、それを10項目からなる「数学の方法に関係した数学的な考え方」と8項目からなる「数学の内容に関係した数学的な考え方」とそれらを引き出す原動力としての4項目からなる「数学的態度」に構造化している。この中の「数学の方法に関係した数学的な考え方」は、問題解決過程の各過程で用いられる考え方とし、一方「数学の内容に関係した数学的な考え方」は算数の各内容との関連で用いられる考え方として整理している。勿論、この「数学の内容に関係した数学的な考え方」も「数学の方法に関係した数学的な考え方」も関連しながら全ての問題解決過程の中で用いられる。

伊藤(2011)も「数学的な考え方」は、「算数・数学を学習したり、応用したり、算数・数学の問題を解決したりするとき等に働く考え方のことであり、算数・数学の活動において特に有用であり、また、それを通して育成されるものであり・・・」

(伊藤, 2011, p.89)と全ての数学的活動に関わる考え方であると述べている。伊藤(2010)は、「数学的な考え方の育成」は半世紀を超えて算数・数学教育界における最も中心的な実践研究のテーマであり続けたと述べている。

4.3.2 「数学的な考え方」と「思考力・判断力・表現力等」との関連

「数学的な考え方」と算数科における「思考力・判断力・表現力等」とは、どのような関係にあるのだろうか。「数学的な考え方」は、これまでの学習指導要領の中で教科の目標に位置付けられたり、思考・判断・表現の評価の観点名として用いられたりしてきた(文部科学省, 2017b)。例えば、算数・数学科において育まれる見方・考え方については、これまでの学習指導要領において、小学校(昭和33年改訂, 昭和43年改訂)、中学校(昭和33年改訂, 昭和44年改訂)、高等学校(昭和35年改訂, 昭和45年改訂)において「数学的な考え方」と示され、そのときから評価の観点名として「数学的な考え方」という言葉が定着してき

た(文部科学省, 2016)。つまり、今までは思考力・判断力・表現力等を育成するときに「数学的な考え方」が長年にわたり働くとされてきたのである。

4.3.3 新学習指導要領算数科編(文部科学省, 2017b)での「数学的な見方・考え方」とは何か及び「思考力・判断力・表現力等」との関連等について

新学習指導要領算数科編(文部科学省, 2017b)では、「数学的な見方・考え方」という言葉を用い、これまでの「数学的な考え方」が先述したように思考力・判断力・表現力等に主に関わるとしてきたが、「数学的な見方・考え方」は資質・能力の三つの柱である「知識及び技能」、「思考力・判断力・表現力等」、「学びに向かう力や人間性等」のすべての資質・能力の育成に働くものであり、かつそれらのすべてを通して育成されるものとして捉えていて、どのような視点で物事を捉え、どのような考え方で思考していくのかという、物事の特徴や本質を捉える視点や、思考の進め方や方向性を意味することとしたのである(文部科学省, 2017b)。つまり、算数・数学の学習においては、この「数学的な見方・考え方」を働かせながら、知識及び技能を習得したり、習得した知識及び技能を活用して探究したりすることにより、生きて働く知識となり、技能の習熟・熟達にもつながるとともに、より広い領域や複雑な事象について思考・判断・表現できる力が育成され、このような学習を通じて、「数学的な見方・考え方」がさらに豊かで確かなものとなっていくと考えられる(文部科学省, 2017b)とした。更に、「数学的な見方・考え方」のうち、「数学的な見方」については、「事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えること」であると考えられ、また、「数学的な考え方」については、「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、根拠を基に筋道立てて考え、問題解決の過程を振り返る等して既習の知識・技能等を関連付けながら、統合的・発展的に考えること」であると考えられる(文部科学省, 2017b, pp.22-23)としている。これらをまとめて、

「数学的な見方・考え方」は「事象を数量や図形及びそれらの関係等に着目して捉え、根拠を基に筋道立てて考え、統合的・発展的に考えること」である(文部科学省, 2017b, p.23)。つまり、「数学的な見方・考え方」は、「思考力・判断力・表現力等」だけではなく、「知識及び技能」, 「学びに向かう力や人間性等」のすべての資質・能力に関係することを明示した。

また, 新学習指導要領算数科編(文部科学省, 2017b)で言われている「数学的な見方・考え方」と今までに研究されてきた「数学的な考え方」とはそれらの概念の内包に共通性が見られる。例えば, 「数学的な見方」は片桐(1988)の「数学的な考え方」の「数学の内容に関係した数学的な考え方」と関連しているし, 「数学的な考え方」は片桐(1988)の「数学の方法に関係した数学的な考え方」と関連している。例えば, 片桐(1988)の「数学の内容に関係した数学的な考え方」には「図形の構成要素に着目する考え」や「単位の考え(数の大きさに着目する考え)」があり, それは「数学的な見方」文部科学省(2017b)の中にも見られるし, また, 片桐(1988)の「数学の方法に関係した数学的な考え方」には, 「統合的な考え方」や「発展的な考え方」があり, それは「数学的な考え方」(文部科学省, 2017b)の中にも見られるからである。

4.3.4 新学習指導要領算数科編(文部科学省, 2017b)での「思考力・判断力・表現力等」で育成する能力

それでは, 新学習指導要領算数科編(文部科学省, 2017b)における「思考力・判断力・表現力等」ではどのような能力を育成するのだろうか。文部科学省(2017b)は「日常の事象を数理的にとらえ見通しをもち筋道を立てて考察する力」「基礎的・基本的な数量や図形の性質等を見いだし統合的・発展的に考察する力」「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力」(pp.21-22)とし, このような3つの能力を育成しようとしている。この3つの能力を育成する時に「数学的な見方・考え方」

が働くということになる。この3つの能力には, 日本の算数・数学教育が長い間取り組んできた「数学的な考え方」が内包されている。例えば, 筋道を立てて考える時には, 帰納的な考え方や類推的な考え方や演繹的な考え方等の「数学的な考え方」が働き, 統合的な考え方や発展的な考え方は上述したように「数学的な考え方」である。従って, 「数学的な考え方」が関係する上記の3つの能力(「思考力・判断力・表現力等」)を更に「数学的な見方・考え方」が支えているという二重構造を成すことになる。すると, 今までに研究されてきた「数学的な考え方」は, 新学習指導要領の「数学的な見方・考え方」を支えるものでもあり, 「思考力・判断力・表現力等」をも支えるものであると言える。

そこで本稿では「思考力・判断力・表現力等」の上述した3つの能力の中の「日常の事象を数理的にとらえ見通しをもち筋道を立てて考察する力」に関係する数学的思考力の育成とその評価に焦点を当てて研究する。

4.3.5 数学的思考力について

ここで数学的思考力について考察する。数学的思考については, 杉山(2001)は, 数学的思考を数学を創造し, 発展させていく活動の中に含まれている「考え」および「考え方」のことである(杉山, 2001)とし, その中には, 帰納的な考えや類推的な考えや演繹的な考え(論理的な思考力)等の一般に通ずる考え方, 数学的な概念に関わる集合の考えや関数の考えがある。活動の形式に関わる発展的な考えや統合的な考えや一般化の考えや形式化の考え, 最近注目されている数学的モデリング²⁾の中にはこれらの考えが含まれている(杉山, 2001)と述べている。杉山(2001)が述べている数学的思考は数学的な考え方と同じと言ってよいし, 文部科学省(2017b)が述べている「数学的な見方・考え方」とも共通している。本稿では, 片桐(1988)や杉山(2001)の考えを参考にし, 数学的思考力を「数学的な考え方」または「数学的な見方・考え方」を用いた思考力を指すことにする。

特に本稿で扱う数学的思考力は、換言すれば数学的モデリングで働くものである。数学的モデリングは、本物の日常の問題（真正の問題）を取り上げ数学化し解決するものであり、その中で働く数学的思考力を考察の対象にする。

そこで本稿では、数学的な思考力に関する評価研究を見るために、日本数学教育学会編（2010）の先行研究や教育評価を研究している先行研究や文部科学省の学力調査研究から、i) 島田（1977）が研究した「算数・数学科のオープンエンドアプローチ」の評価研究、ii) 松下（2016）が研究した「パフォーマンス課題」による評価研究、iii) 文部科学省（2007）が取り組んだ「全国学力・学習状況調査 B 問題」の実態調査とその評価研究を取り上げて考察する。

5. 算数科教育における数学的思考力に関する評価方法

5.1 「算数・数学科のオープンエンドアプローチを用いた」評価研究（島田，1977）

算数・数学科のオープンエンドアプローチの研究は、1971年から算数・数学科の高次目標を評価するために島田（1976）を中心にして開発されたものである（橋本ほか，2010）。また、竹内（1976）は、この「算数・数学科のオープンエンドアプローチ」の研究が従来の評価の対象への批判から起こったとしている。それまでの評価の対象は記憶

された数学的知識の量や技能の練習効果の定着度に限定されがちであった。このような知識・技能の習得の目標よりもっと高次の例えば“自然及び社会における事象を数学的にとらえる能力や態度を伸ばす”というような評価方法の開発を目指した（竹内，1976）。そして、高次目標の一つに数学的思考力を伸ばすことを挙げている。そのために“数値化”による多様性のある問題を開発し、多様な解決方法（数学的思考力）を評価した。

島田（1977）は「普通の算数・数学科の授業で取り上げられる問題は正答か誤答のいずれかであり、正答は一つしかない。このような問題を完結した問題、クローズドな問題と名付け、これに対して正答が幾通りにも可能になるように条件づけた問題を未完結な問題、結果がオープンな問題、オープンエンドの問題と呼ぶ」（p.9）としている。島田（1977）は、数学教育に於けるオープンエンドアプローチによる学習指導のねらいを次のように規定している。

未完結な問題を課題として、そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展望し、その過程で、既習の知識・技能・考え方を色々に組み合わせて新しいことを発見していく経験を与えようとするやり方を意味する。(pp.9-10)

A,B,Cの3人でおはじき遊びをしたら、下の図のようになりました。この遊びでは、落としたおはじきのちらばりの小さい方が勝ちとなります。どれが一番ちらばりが小さいですか。その理由も書きましょう。

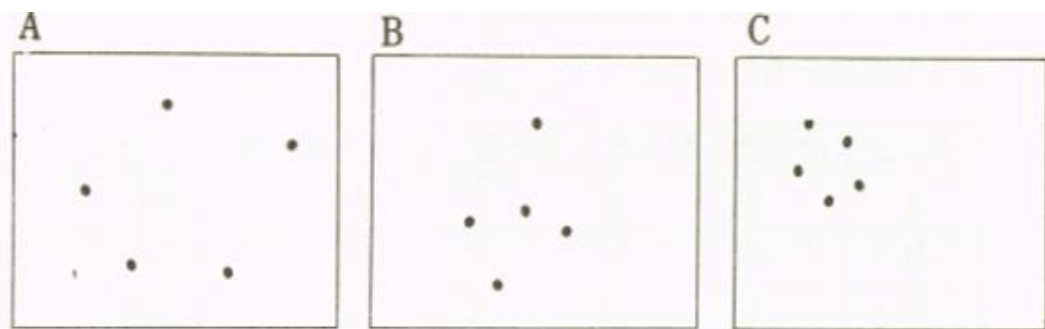


図2 ちらばりの問題（島田，1977）

島田 (1977) のオープンエンドな問題には、「数値化の問題 (How to measure)」、「分類の問題 (How to classify)」、「きまり発見の問題 (How to find)」の3つのタイプがある。本稿では、この中の「数値化の問題 (How to measure)」に焦点を当てる。島田 (1977) は、オープンエンドな問題で子どもが考える数学的解決方法や結果の多様性を「流暢性」、「柔軟性」、「独創性」の観点から評価している。「流暢性」と「柔軟性」はどれだけ多くの考えが出せるかという反応の量的な面からの評価であり、「独創性」は数学的解決方法の観点の斬新さという質的な面からの評価である。

例えば、「数値化の問題 (How to measure)」の「ちらばりの問題」(図2)では、どれが一番散らばっているかを数学的モデルを用いて表現する。散らばりを表す数値化の考えが子どもから多数表出される。そして、どのように考えたかを記述させている。例えば、a) 多角形の面積、b) 多角形の周の長さ、c) 2点を結ぶ最大線分、d) 線分の和、e) 任意の点から各点への長さの和、f) 円等でおおときの最小の円の半径、g) 座標の導入による平均偏差、標準偏差等による方法である。実際の授業では、このような多様な数学的な見方が発表されて、それらの長所や短所が議論され、更に一般性が追求される。結果は、オープンエンドになる。ここに既習の知識や技能を活用して散らばり具合を数値化する多様な数学的思考力が表出されている。この結果、島田 (1977) が考えたオープンエンドな問題は、数学的思考力を評価する問題として機能していることが分かる(シラバス①)。今までの数学の問題と言えば答えが一つになる問題(クローズドな問題)が主流だったが、島田(1977)が考えた問題は、どのレベルの児童であっても自分なりの数学的な知識や技能を活用して解決できる数学的思考力の多様性を内包していることが挙げられる(シラバス②)。すなわち、どの子どもも自分なりに数学的思考力を働かせることができるのである。そして、これらの多様な数学的思考力を「流暢性」、「柔軟性」、「独創性」の観点から評価している。これが評価方法の工夫の一つである

(シラバス②)。また、坪田 (1988) による授業実践では、授業のプロトコルが記述されていて、形成的評価を行いながら多様な数学的思考を一つ一つ一般化の視点から検討している。評価の工夫として形成的評価を用いていることが挙げられる(シラバス②)。

5.2 「パフォーマンス課題」による評価研究(松下, 2016)

松下 (2016) は、「パフォーマンス評価」とは「ある特定の文脈のもので、様々な知識や技能等を用いて行われる人のふるまいや作品を、直接的に評価する方法」(p.6)とし、そのために「パフォーマンス課題 (Performance task)」を与えて解決・遂行させ、それを複数の評価者が、「ルーブリック (rubric)」と呼ばれる評価基準表を用いながら評価する。更に、松下 (2016) は、「パフォーマンス評価」では、「一般的な標準テストでは測りにくい質の学力 (思考プロセスや算数・数学的なコミュニケーション能力等) も含めて算数・数学の学力を多面的・総合的に把握することを、主な目的としました。」(p.4)と述べている。また、「パフォーマンス評価」は、これまで見えにくい学力とされてきた思考力や判断力、表現力等の評価に適しているとしている。

「パフォーマンス評価」は、状況的学習論や構成主義的学習論等を踏まえてつくられた評価の考え方であり、「可視化」と「解釈」が伴うことを述べている。田中 (2015) は、「パフォーマンス評価」は、学力の発展性にあたる「活用」を捉える妥当性の高い方法として、今後ますます注目されてくるでしょう。」(p.55)と述べている。

特に、松下 (2016) は、算数・数学の問題を取り上げていて、特に数学的モデリングに関わる力を評価している。松下 (2016) は、数学的モデリングを「様々な状況のなかで、問題を数学的に定式化し、解決し、解釈し、それをコミュニケーションする力」(松下, 2016)と規定し、その力を、「パフォーマンス課題」を解決させ、その解決のパフォーマンスを可視化し分析し解釈することに

より、評価しようとしている。

「パフォーマンス課題」の要件（解決させるときの要件）は、i) 思考のプロセスを表現すること、ii) 多様な表現方法（式、言葉、図、絵等）が使える、iii) 真実味のある現実世界の場面を扱っていて、そこから数学化するプロセスを含んでいる、iv) 複数の解法がとれることである。次に、ルーブリックについては「成功の度合いを示す数値的な尺度（scale）と、それぞれの尺度に見られるパフォーマンスの特徴を示した記述語（descriptor）から成る評価基準表」（田中，2003，p.203）とし開発した具体的なルーブリックを紹介している（松下，2016）。ルーブリックは、数人で作成し、共通理解を図りながら完成させていく。このルーブリックに合わせて子どもの記述を分析する。ただし、パフォーマンス評価には難点もあることが紹介されている。

松下（2016）が考えるパフォーマンス評価は、数学的モデリングを用いた真正の課題（図3）を用いていて数学化に関わる思考力を評価することができるので数学的思考力を評価する問題として機能していることが分かる（シラバス①）。更に、ルーブリックを用いて評価基準を作り、一人一人の子どもの数学的思考力をそのルーブリックを用い

て分析し、信頼性のある評価にしている。これが評価の工夫である（シラバス②）。

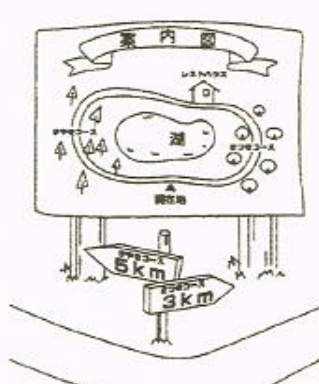
5.3 「全国学力・学習状況調査のB問題」に関する評価研究（文部科学省，2007）

全国学力・学習状況調査（文部科学省，2007）は2017年度からスタートした。主として知識に関する問題（A問題）と活用に関する問題（B問題）が出されている。特徴的なのは、活用問題は日常場面での活用と算数問題での活用と他教科での活用とが与えられている。自分の思考を述べる自由記述式の問題が出されていて、それには「方法の記述」、「事実の記述」、「理由の記述」が見られる。例えば、平行四辺形の面積を求める問題がA問題（図4左）とB問題（図4右）のように出されている。A問題の正答率は、96.0%と非常に良い成績だったが、B問題の公園の面積を求める問題の正答率は、18.2%と非常に低い結果になった。その大きな原因は、平行四辺形の面積を求めるために、底辺と高さに関する情報を自分で探さなければならないところにある。地図のような現実の世界は底辺と高さはどれなのかと言った高次の判断力や思考力が連続して要求される（田中，2015）。田中（2015）は、このような公園の面積の

子ども会でハイキングに行ったところ、ある地点でコースが二手に分かれていました。さつきコースが全長3 kmで、けやきコースは全長5 kmです。どちらのコースをとってもレストハウスへ行けます。そこで2つのグループに分かれて、レストハウスで合流することにしました。ゆう子さんのグループは、さつきコースにしました。あきお君のグループはけやきコースにしました。

10時に二手に分かれて、ゆう子さんのグループがレストハウスについてのは11時でした。その時、あきお君たちのグループはまだ到着していませんでした。「距離が長いから当然だね。あきお君たちが着くまでどのくらいの時間がかかるのかはかってみよう。」ということで、時間をはかっていたら、30分後にあきお君のグループがレストハウスに到着しました。ゆう子さんはあきお君に「どこかで休憩していたの？」と聞きました。あきお君は「休憩なんかしてないよ。ずっと歩いていたんだよ。」と答えました。どちらのグループも休憩したりせず、一定の速さで歩いていました。

そこで、みんなはどちらのグループのほうが速く歩いたのか知りたくなりました。あなたは、どちらが速く歩いたと思いますか。考えたこととその理由を書いてください。



The diagram shows a park layout. At the top, a banner reads '公園内図' (Park Map). A central house icon is labeled 'レストハウス' (Rest House). Two paths branch out from a point below the rest house. The left path is labeled 'さつきコース' (Satsuki Course) and ends at a point labeled '3km'. The right path is labeled 'けやきコース' (Keyaki Course) and ends at a point labeled '5km'. There are several small circles representing trees along the paths. Below the map, there are two directional signs: one pointing left labeled '5km' and one pointing right labeled '3km'.

図3 パフォーマンス課題（松下，2016）

問題は、「真正の評価」論に基づく「パフォーマンス評価」の一例であると述べている。

なお、自由記述式で思考を書くことを求めているのでその分析にはどのようなことが書いてあれば正解にするかを示す評価基準が準備されている。全国学力・学習状況調査のB問題は、問題そのものに真正性があり数学的思考力を用いて解決し（シラバス①）、評価の工夫としては、自由記述式を用いて、また、正解の基準が明確にされていて信頼性を高めていることである（シラバス②）。更には、授業をする上での形成的評価に関わる「授業アイデア例」が準備されていることである（シラバス②）。

5.4 新たな評価方法の構成と授業実践—「社会的オープンエンドな問題」を用いた評価研究(島田, 2017 ; Shimada & Baba, 2016)

島田 (1977) のオープンエンドアプローチに対して、馬場 (2009) は、社会性を取り入れたオープンエンドな問題を取り上げている。これを「社会的オープンエンドな問題」と命名している。「社

会的オープンエンドな問題」は、価値負荷的で文脈依存的な問題であり、社会的価値観に応じて数学的モデルが多様に構成される。馬場 (2009) は、オープンエンドな問題には社会的なものや数学的なものがあることを述べていて、「社会的オープンエンドな問題」を「数学的思考力を用いた社会的判断力の育成を目標とした数学的・社会的多様な解を有する問題」(p.52) と規定している。

島田 (2017b) は、こうした馬場 (2009) の研究を受けて、社会的価値観に基づく数学的モデル（数学的思考力）の多様性や社会的価値観の多様性が表出する「社会的オープンエンドな問題」を開発し、授業実践している。この授業の中でどのような数学的モデル（数学的思考力）が表出するのか、どのような社会的価値観が表出するのか、社会的相互作用によりどのように変容するのかを研究している。

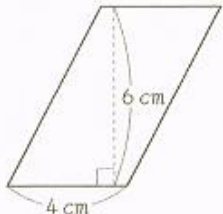
また、「社会的オープンエンドな問題」を用いた授業では、問題理解、自力解決、比較検討、価値観と数学的モデルの選択という1時間の授業の流れで行われる。問題理解、自力解決では、ワーク

〈小学校算数〉A問題

5

次の図形の面積を求める式と答えを書きましょう。

(1) 平行四辺形



B問題

(3) ひろしさんの家の近くに東公園があります。
東公園の面積と中央公園の面積では、どちらのほうが広いですか。
答えを書きましょう。また、そのわけを、言葉や式などを使って書きましょう。

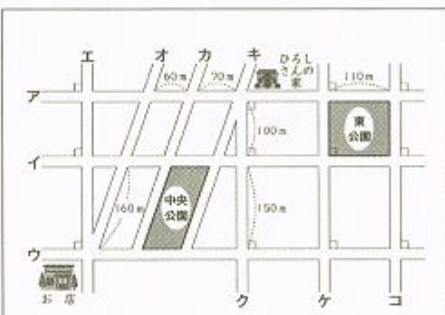


図4 平行四辺形の面積（文部科学省「全国学力・学習状況調査」、2007年度実施、小学校算数）

シートに数学的モデルと理由を記述し、比較検討では価値観と数学的モデル（解の解釈）の多様性を尊重し、更に批判的に考察し、価値観と数学的モデルの選択では、自分がよいと思う価値観と数学的モデルを選択し、その理由を記述する。なお、Bishop (1998) は算数・数学教育における価値観の形成には、学級の友人が最重要であると述べているし、一般的な価値や価値意識研究で著名な見田 (1966) は、価値意識変容の条件の1つとして、「新しい知識・情報との接触」を挙げている。以上のことを授業レベルで言えば、社会的相互作用により価値観が変容することを述べている。従って教室の話し合いを重視する。

島田 (2017a) は、以上のことに配慮しながら真正の問題であり、更に多様性（数学的モデルと社会的価値観）が表出する「社会的オープンエンドな問題」を用いて、子どもから（小学4年生）表出する数学的モデル（数学的思考力）や社会的価値観が社会的相互作用によりどのように変容するかを質的に量的に明らかにしている。質的に変容を見るのは授業中の形成的評価による。形成的評価は、指導と評価の一体化のための情報を得ることになると同時に、子ども自身にとっては自己評価や相互評価の機会にもなる。量的に変容を見るのは、自力解決時の記述と価値選択時の記述の比較分析による。この研究を更に長期的な視点に立って、数学的思考力と社会的価値観の変容も評価している (Shimada & Baba, 2016)。

6. 研究のまとめと今後の課題

本大学院教育学研究科は、自立的実践研究力を有する人材（カリキュラムプラクティスト）の育成を構想している（日本体育大学大学院教育学研究科, 2017）。このためには教育評価に関する知見も持ち合わせる必要があり、そのため本研究科の「教科評価論」のシラバスには、授業の到達目標として「各教科において評価の目的や方法を構想し、構想した計画を授業実践で検証すること」を挙げ、授業の概要として①「代表的な評価方法を収集する」、②「それらの評価方法の工夫を分

析する」、③「新しく構想した評価方法を授業で検証する」を扱うことにしている。更に、④「評価の目的を分析し、併せて評価の機能、対象、主体性など評価に関わる多様な側面について考察する」を挙げる。④は、授業目標とも関連し、①から③を考察する上での基盤を成す。

そこで本稿では、「教科評価論」のシラバスについて算数科教育の視点から考察した結果、シラバス①では、i) 島田 (1977) の「オープンエンドな問題」を用いた評価研究、ii) 松下 (2016) による「パフォーマンス課題」による評価研究、iii) 文部科学省 (2007) が取り組んだ「全国学力・学習状況調査 B 問題」の評価研究を収集できた。シラバス②では、i) 島田 (1977) の評価研究では、問題に内包されている多様性と形成的評価方法を用いた工夫 (坪田, 1988)、ii) 松下 (2016) の評価研究では、ルーブリックを用いた評価方法の工夫、iii) 文部科学省 (2007) の評価研究では、自由記述分析の基準作りと形成的評価を用いた評価方法の工夫等を明らかにした。シラバス③では、島田 (2017a) や Shimada & Baba (2016) が考えた「社会的オープンエンドな問題」を用いた研究を紹介した。その中では「真正の問題」を取り入れた授業が実践され、子ども達から表出する多様な数学的思考力や多様な価値観を形成的評価や記述分析法を用いてそれらの変容を評価している。シラバス④では、戦後の文部省 (1947, 1951a, 1951c) の学習指導要領一般編（試案）や学習指導要領算数科編（試案）を参考にし、評価の目的とは、子どもの学習状況を掴み指導と評価の一体化を図り、指導の改善を行い、子ども自身は自己評価を通して学習の改善と学習意欲を高めていくことである。

今後の課題として、関心・意欲・態度に関わる情意的な側面の評価研究や自己評価と相互評価に関わる評価研究が残っている。

注

1) 文部科学省 (2018a) では「学習評価」という言葉を使っているが、本稿では「教育評価」という言葉を用いている。また、文脈に応じて単に評

価という言葉を使う事もある。意味するところは同じである。

2) 数学的モデリングで育成しようとする能力とは、PISAの数学化サイクルで評価しようとしている「様々な状況で生徒が数学的問題の設定・定式化・解決・解釈を行う際に、数学的アイデアを有効に分析し、推論し、コミュニケーションする能力」(国立教育政策研究所監訳,2004,p.29)を基にする。

引用・参考文献

- 馬場卓也 (2009)「算数・数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値論からの考察」全国数学教育学会編『数学教育学研究』15 (2) , pp.51-57.
- Bishop.A.L.(1998) . “Culture, values and assessment in mathematics” ,*ICMI - EARCOME1, Proceedings Plenary Lecture L2, Vol.1, pp.27-37.*
- ブルームほか著, 梶田勲一他訳(1973)『教育評価法ハンドブック』第一法規.
- ギブス, C. V. (鈴木秀幸訳) (2001)『新しい評価を求めてーテスト教育の終焉』論創社(原著1994年),p.36.
- 橋本吉彦・橋本由美子 (2010)「オープンエンドアプローチ」日本数学教育学会編『数学教育学研究ハンドブック』, 東洋館. pp.239-244.
- 飯田慎司 (1995)「オープンエンドの問題解決と Humanistic Mathematics について」『第28回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』日本数学教育学会, pp.243-248.
- 池田央 (1995)「思考力・判断力の測定」北尾倫彦編『思考力・判断力ーその考え方と指導と評価ー』図書文化, pp.143-144.
- 伊藤説朗 (2010)「数学的な考え方の育成」日本数学教育学会編『数学教育学研究ハンドブック』, 東洋館, pp.30-37.
- 伊藤説朗 (2011)「数学的な考え方」中原忠男編『算数・数学科重要用語 300の基礎知識』明治図書, p.89.
- 梶田勲一 (1994)『教育における評価の理論 I 学力観・評価観の転換』金子書房.
- 片桐重男 (1988)『数学的な考え方の具体化』明治図書.
- 国立教育研究所 (1997)『中学校の数学教育・理科教育の国際比較』東洋館出版社, p.9.
- 国立教育政策研究所監訳 (2004)『PISA2003年調査評価の枠組み』ぎょうせい, p.29, p.38.
- 松下佳代 (2016)『パフォーマンス評価ー子どもの思考と表現を評価する』日本標準ブックレット No.7, pp.6-53.
- 見田宗介 (1966)『価値意識の理論』. 弘文堂.
- 文部省 (1947)『学習指導要領一般編(試案)』<http://www.nier.go.jp/guideline> (2019年2月28日閲覧).
- 文部省 (1951a)『学習指導要領一般編(案)』<http://www.nier.go.jp/guideline> (2019年2月28日閲覧).
- 文部省(1951b)『初等教育の原理』pp.217-219.
- 文部省 (1951c)『学習指導要領算数科編(試案)』. 大日本図書.pp.271-317.
- 文部科学省 (2007) 平成19年度全国学力・学習状況調査小学校算数科報告書.
- 文部科学省 (2010) 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会資料「児童生徒の学習評価の在り方について(報告)」pp.17-18. http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/004/gaiyou/attach/1292216.htm (2019年2月28日閲覧).
- 文部科学省 (2016) 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会算数・数学ワーキンググループ資料「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」p.2. http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/1376993.htm (2019年2月28日閲覧).
- 文部科学省 (2017a) 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会 児童生徒の学習評価に関するワーキンググループ (第2回資料「学習評価の現状と課題」) p.19. http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/.../1399427_1.pdf (2019年2月28日閲覧).

- 文部科学省 (2017b) 『小学校学習指導要領解説算数教科編』 東洋館出版社.
- 文部科学省 (2018a) 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会児童生徒の学習評価に関するワーキンググループ第 12 回資料 1 「児童生徒の学習評価の在り方について (これまでの議論の整理 (案))」 p.7. http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/080/siryu/1411680.htm (2019 年 2 月 28 日閲覧) .
- 文部科学省 (2018b) 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会児童生徒の学習評価に関するワーキンググループ資料 2 「児童生徒の学習評価に関するワーキンググループ (第 1 回・第 2 回) における主な意見等」 http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/.../1406428_4.pdf (2019 年 2 月 28 日閲覧) .
- 日本教材文化研究財団 (2014) 「社会科における「思考・判断・表現」の評価に関する研究」.
- 日本システム開発研究所 (2010) 『学習指導と学習評価に対する意識調査報告書』平成 21 年度文部科学省委託調査報告書.
- 日本数学教育学会編 (2010) 『数学教育学研究ハンドブック』 東洋館出版社.
- 日本体育大学大学院教育学研究科 (2017) 『設置の趣旨等を記載した書類』 p.3.
- 西岡加名恵・石井英真・田中耕治 (2016) 『新しい教育評価入門』有斐閣コンパクト. p.44, p.90.
- Shimada, I. & Baba, T. (2016) . “Transformation of Student’ Values in the Process of solving socially open-ended problems(2) ”, Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, pp.187-194.
- 島田功 (2017a) 「社会的オープンエンドな問題を通じた批判的思考力育成の可能性—小学生の社会的価値観と数学的モデルの批判的思考力の様相—」 『第 5 回春期研究大会論文集』 日本数学教育学会, pp.217-224.
- 島田功 (2017b) 『算数・数学教育と多様な価値観—社会的オープンエンドな問題による取組み—』, 東洋館.
- 島田茂 (1976) 『数学教育における高次目標の評価方法に関する開発研究』 文部省・特定研究科学教育研究資料.
- 島田茂編著 (1977) 『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』, みずうみ書房, pp.9-10.
- 杉山吉茂 (2001) 「数学的な思考」 『数学教育論文発表会論文集』 34, pp. 17-20.
- 竹内芳男 (1976) 「数学的認識の成長について」 研究代表 島田茂『数学教育における高次目標の評価方法に関する開発研究』 pp.1-13.
- 田中耕治編著 (2003) 『教育評価の未来を拓く—目標に準拠した評価の現状・課題・展望』 ミネルヴァ書房. p.203.
- 田中耕治 (2015) 『新しい「評価のあり方」を拓く—「目標に準拠した評価」のこれまでとこれから—』. 日本標準ブックレット No.12, p.27, p.55.
- 坪田耕三 (1988) 「オープンエンドの問題による長期にわたる形成的な評価の一つの試み」 日本数学教育学会 『算数教育』 60(4), pp.20-24.